

„ZABAWA LICZBAMI”

Seria 2

Zadania należy rozwiązać bez użycia kalkulatora. Rozwiązania, wraz z pełnym komentarzem należy przesłać na adres kaczmarekierzy2@gmail.com do dnia 19.02.2018.

1. Czy liczba $2^2 \cdot 3^4 \cdot 4^6 \cdot 6^8$ jest kwadratem liczby całkowitej? Dlaczego?
2. Czy jest prawdą, że $\text{NWD}(10!, 13!) = 10!$? Uzasadnij.
3. Dane są takie liczby całkowite a, b, c, d , że liczby $a+b+c$ oraz $b+c+d$ są nieparzyste.
Czy stąd wynika, że liczba $a+d$ jest nieparzysta?
4. Czy istnieją takie liczby a i b że równość $(a+b)^2 = a^2 + ab + 3b^2$ jest prawdziwa?
5. Czy jest prawdą, że $2 \binom{20}{6} = \binom{20}{7}$?
6. Czy równanie $a^2 + 2ab + b^2 = c^2$ jest spełnione przez liczby $a=175, b=429, c=2008$?
7. Czy nierówność $\sqrt{x+y} < \sqrt{x} + \sqrt{y}$ jest prawdziwa dla dowolnych x, y ? Czy jest prawdziwa dla $x=30^{36}, y=120^{24}$?